RILIEVO DA SATELLITE DELLO STATO DEL MARE

E. Pugliese Carratelli^{1,2}, F. Dentale², F. Reale², G. Spulsi¹, L. Torrisi⁽³⁾

1 CUGRI (Consorzio inter-Universitario per la previsione e prevenzione dei Grandi RIschi), Università di Salerno - Università di Napoli "Federico II", P.zza Vittorio Emanuele 84080, Penta di Fisciano.

2 MEDUS (Maritime Engineering Division University of Salerno), Dipartimento di Ingegneria Civile dell'Università di Salerno, Via Ponte don Melillo 84084, Fisciano (SA).

3 CNMCA (Centro Nazionale di Meteorologia e Climatologia Aeronautica), Via Pratica di Mare 00040, Pomezia (RM).

SOMMARIO

Il rilievo dello stato del mare attraverso radar satellitari è da molti anni una tecnica consolidata, e i dati così ottenuti sono utilizzati di routine dai centri meteorologici e dalle agenzie ambientali nazionali ed internazionali.

L'utilizzo cosciente di questi dati anche da parte di tecnici e professionisti interessati alle applicazioni marine e costiere presuppone una conoscenza adeguata delle tecniche e delle metodologie relative.

L'articolo fornisce le informazioni di base sull'altimetro satellitare, il più importante dei sensori impiegati per le misure del moto ondoso. Esso inoltre illustra alcuni risultati ottenuti attraverso tali misure per lo studio delle variazioni delle tempeste su piccola scala spaziale e mostra l'importanza di prendere in considerazione questi effetti per l'analisi degli eventi estremi.

1. Premessa

Lo studio del clima del moto ondoso di un paraggio è uno degli aspetti più importanti nella progettazione e manutenzione delle opere marittime. Essenziale a tal fine è il reperimento di dati ondametrici. Negli ultimi anni la disponibilità di questi dati è cresciuta enormemente: gli ondametri sono aumentati in numero e migliorati in precisione ed affidabilità; le tecniche di modellazione numerica del vento e delle onde sono sempre più perfezionate; il rilievo da satellite dello stato del mare è ormai diventato routine. Tutto ciò se da una parte permette un livello di accuratezza senza precedenti rispetto al passato, dall'altra ha però reso più difficili le procedure di analisi.

Si sta sempre più diffondendo una nuova metodologia basata sulla grande disponibilità di modelli di previsione atmosferica e di onde su scala sia globale che locale. I dati di vento e di onde di archivio provenienti da tali modelli vengono usati come dati di input per la definizione del clima meteomarino.

L'intera procedura dipende in maniera sostanziale dalle elaborazioni modellistiche svolte dai centri meteorologici nazionali ed internazionali, i quali a loro volta fanno un uso intenso di misure satellitari sia della velocità del vento, sia dello stato di agitazione del mare.

Lo strumento di misura principale per questi usi è il radar, nelle sue tre versioni più diffuse:

- 1) Lo scatterometro, in grado di misurare il campo di vento (velocità e direzione) sulla superficie del mare;
- Il Radar ad Apertura Sintetica (SAR) che permette di avere informazioni di natura spettrale (quindi anche direzionali) del moto ondoso;
- 3) L'altimetro radar che oltre a fornire informazioni sulla velocità del vento permette di misurare in maniera accurata ed affidabile l'altezza significativa del mare.

Quest'ultimo strumento è quello di maggior rilievo ai fini dell'ingegneria marittima ed il presente lavoro si propone di illustrarne il principio di funzionamento e l'utilità. Per quel che riguarda le applicazioni marine del SAR, si rimanda a Pugliese Carratelli et al. (2005, 2007).

Nel seguito, dopo una breve descrizione delle tecniche di misura dell'altimetro, si mostrerà il suo ruolo nella calibrazione e verifica della modellistica marina e la sua utilità come strumento di analisi avanzato del comportamento del moto ondoso, specialmente in merito a fenomeni di piccola scala spaziale.

2. Principio di funzionamento dell'altimetro radar

La funzione essenziale dell'altimetro radar è quella di misurare la distanza tra il satellite su cui lo strumento è montato e la superficie terrestre sottostante. Il principio di funzionamento è concettualmente semplice, come quello di tutti i radar: l'antenna lancia un impulso di brevissima durata (nell'ordine di microsecondi) di onde radio; raggiunto il bersaglio, una parte dell'impulso viene riflessa e rinviata alla stessa antenna. Misurando con adeguata precisione il tempo che intercorre tra il momento in cui l'impulso è partito e quello in cui la sua parte riflessa raggiunge l'antenna è possibile con un semplice calcolo ottenere la distanza tra l'antenna ed il punto che ha generato la riflessione. A ciascun impulso corrisponde in realtà un'eco di una certa durata: se di questa eco si misura l'intensità in funzione del tempo, si ottiene la cosiddetta "forma d'onda".

La particolare conformazione assunta dalla superficie marina a seguito del moto ondoso fa sì che la forma d'onda da essa generata presenti un andamento caratteristico (Figura 1) che può essere rappresentato sia numericamente, sia analiticamente (Brown 1977).



Fig. 1 – Forma d'onda generata dalla superficie marina (Brown 1977).

Nella Figura 1 sono indicati elementi caratteristici della forma d'onda che sono in qualche modo legati a determinate proprietà della superficie marina; riveste particolare importanza la pendenza del tratto centrale (linea tratteggiata in rosso) in quanto strettamente connessa al parametro più interessante dal punto di vista ingegneristico, ovvero l'altezza d'onda significativa.

L'intensità dei singoli echi, infatti, a parità di tutte le altre condizioni, è proporzionale alla porzione di superficie illuminata dal singolo impulso. Se la superficie sottostante è perfettamente piatta si ha una situazione

come quella riportata in Figura 2.



Fig.2 – Generazione della forma d'onda per una superficie perfettamente piatta (http://www.aviso.oceanobs.com/en/altimetry/principle/pulses-and-waveforms).

L'area illuminata inizialmente puntiforme, assume dapprima la forma di una sezione circolare di raggio crescente per poi diventare, da un certo momento in poi, una corona circolare di raggio sempre crescente ma di area sempre più piccola. La forma d'onda che ne deriva è quindi caratterizzata da un tratto centrale fortemente crescente seguito da uno decrescente.

La presenza invece delle onde, situazione rappresentata in Figura 3, fa sì che siano prima le creste ad essere illuminate, partendo da quelle più alte, e poi successivamente i cavi.

Il risultato è che si ha sempre un tratto centrale crescente con una pendenza che tanto più piccola quanto più elevato è lo stato d'agitazione del mare e quindi l'altezza d'onda significativa. L'algoritmo è descritto ed esemplificato da Della Rocca e Pugliese Carratelli (2000).

In realtà l'antenna lancia impulsi in maniera continua (circa 1800 impulsi al secondo) ed il risultato operativo si ottiene mediando numerose forme d'onda; maggiori dettagli ed approfondimenti in tal senso e su altre caratteristiche dell'altimetro radar sono disponibili in Chelton et al. (2001).



Fig. 3 – Generazione della forma d'onda per una superficie in presenza di onde (<u>http://www.aviso.oceanobs.com/en/altimetry/principle/pulses-and-waveforms</u>).

3. Le misure altimetriche nella prassi comune

Le misure satellitari della velocità del vento e dell'altezza significativa mediante altimetro radar sono disponibili da diversi anni. I primi dati risalgono al 1985 grazie al lancio da parte della marina militare statunitense del satellite Geosat. In seguito, nel 1991, l'agenzia spaziale europea (ESA) iniziò la sua campagna di osservazione della Terra dallo spazio col lancio del suo primo satellite ERS-1, cui seguirono le missioni ERS-2 (1995) ed Envisat (2002). I primi due sono inattivi da tempo, mentre per Envisat si sono persi i contatti recentemente (aprile 2012).

Nel 1992, fu la volta del satellite TOPEX/Poseidon frutto della cooperazione tra l'agenzia spaziale americana (NASA) e quella francese (CNES). Al momento le missioni ancora attive sono quelle congiunte NASA/CNES rappresentate dai satelliti Jason-1 (2002) e Jason-2 (2008).

Maggiori dettagli si possono trovare sui siti delle rispettive agenzie ed anche all'indirizzo <u>http://www.aviso.oceanobs.com/fr/missions/</u>.

Il satellite ERS-2 era dotato di un altimetro radar di prima generazione operante nella banda K_u con frequenza di 13.8 GHz e quindi una lunghezza d'onda di circa 2.2 cm, mentre su Envisat era presente un altimetro radar di seconda generazione (RA-2) che usava due bande, la K_u con

frequenza 13.6 GHz (2.2 cm di lunghezza d'onda) e la S con frequenza 3.2 GHz, ovvero una lunghezza d'onda di circa 9 cm. L'uso della doppia banda permette di valutare con maggiore accuratezza gli effetti della pioggia, che è un fattore di disturbo non trascurabile. La banda S è però andata definitivamente persa nel gennaio 2008.

Entrambi i satelliti avevano un'orbita polare inclinata di 98.5° rispetto all'equatore ed erano posizionati ad una quota media di circa 800 km. Ogni ciclo (periodo necessario al satellite per coprire l'intero globo e, quindi per ripercorrere esattamente le stesse traiettorie) aveva una durata di 35 giorni ed era costituito da 501 orbite. Tali parametri se da un lato riuscivano a garantire una buona copertura spaziale (la distanza minima al suolo tra i vari passaggi era di soli 80 km), dall'altro non offrivano un'adeguata risoluzione temporale. Un esempio di copertura spaziale per i due satelliti sul Tirreno è riportato in Figura 4.

Per maggiori dettagli ed approfondimenti si rimanda all'indirizzo <u>http://www.aviso.oceanobs.com/fr/missions/</u> ed al sito dell'ESA (<u>http://www.esa.int</u>).



Fig. 4 – Copertura spaziale dei satelliti ESA (ERS-2 ed Envisat) sul Mediterraneo.

I satelliti Jason-1 e Jason-2 posizionati a 1336 km di altitudine e con un'orbita inclinata di 66° rispetto all'equatore usano due bande, la Ku con frequenza di 13.6 GHz (lunghezza d'onda 2.2 cm) e la C con frequenza di 5.3 GHz (lunghezza d'onda di circa 5.6 cm). Anche in questo caso la seconda banda è usata per migliorare l'affidabilità delle misure ottenute. La maggiore quota abbinata alla minore inclinazione rispetto all'equatore permettono di avere una migliore risoluzione temporale rispetto ad ERS-2 ed Envisat. Ogni ciclo, infatti, ha una durata di solo 10 giorni (per la precisione 9.9156 giorni) ed è costituito da 127 orbite.

La maggiore risoluzione temporale avviene però a discapito della copertura spaziale che, con una distanza minima al suolo tra le varie traiettorie di 315 km, è molto meno fitta di quella garantita dai satelliti dell'ESA come mostra chiaramente la Figura 5 sempre per l'area del Tirreno. Si può notare come a differenza del caso precedente (Figura 4) i passaggi siano molto più distanziati l'uno dall'altro, con ampie aree completamente scoperte.



Fig. 5 – Copertura spaziale dei satelliti Jason-1 e Jason-2 sul Mediterraneo.

Va ancora qui ricordato che i dati finali sono ottenuti mediando i risultati di circa 1800 impulsi al secondo su di un'area la cui impronta al suolo (footprint) è circa lunga 12 km e larga 6 km (in realtà queste dimensioni variano anche in funzione dello stato del mare stesso). La distanza al suolo tra una misura e l'altra è di circa 7 km.

I dati altimetrici, come detto, sono ormai largamente impiegati dai diversi centri meteorologici all'interno dei loro modelli di analisi e di previsione dello stato di mare; indipendentemente da questo uso operativo, essi sono anche uno strumento prezioso per gli studi statistici su larga scala, sia sugli oceani sia su mari ristretti come il Mediterraneo (Woolf et al., 2003; Cavaleri e Sclavo, 2006).

4. Fenomeni di piccola scala

Un'ulteriore interessante applicazione dei dati altimetro, oggetto di studi recenti (Abdalla e Cavaleri, 2002; Pugliese Caratelli et al., 2008, 2012; Al Ragum et al., 2009), riguarda l'analisi degli effetti che la struttura irregolare del campo di vento al livello del mare ("gustiness") può avere sulle variazioni dell'altezza significativa su scale spaziali (Small Scale Storm Variability, "SSSV") dell'ordine di qualche decina di chilometri.

Nel seguito si riporta qualche esempio di questi fenomeni in due distinte aree geografiche: il Tirreno meridionale in virtù dell'elevata disponibilità di dati ondametrici, sia di boa che da modelli di simulazione, ed il Golfo Persico; quest'ultima scelta soprattutto per la scarsa presenza di pioggia.

Nelle due aree sono stati considerati diversi passaggi satellitari in corrispondenza di tempeste significative; le variazioni spaziali di altezza significativa e velocità del vento sono state poi interpolate statisticamente mediante parabola dei minimi quadrati. Un esempio in tal senso è riportato nella Figura 6.



Fig. 6 – Dati altimetri del satellite Jason-1 sul Tirreno Meridionale. Sinistra: altezza significativa; destra: velocità del vento; in nero: parabole dei minimi quadrati.

Per entrambe le grandezze sono stati calcolati i relativi coefficienti di deviazione standard σ intorno alle rispettive curve interpolatrici attraverso l'equazione 1:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (Y_i - T_i)^2}{N - 1}}$$
(1)

con Y_i dato misurato nella generica posizione i, T_i valore di tendenza nella stessa posizione i ed N numero complessivo di dati. Allo stesso

tempo sono stati calcolati anche i coefficienti di variazioni CV come rapporto tra il parametro σ e la media A degli N dati.

Tutti i passaggi osservati hanno mostrato oscillazioni dell'altezza significativa del tutto simili a quelle di Figura 6 con valori del coefficiente di variazione *CV* compresi tra 0.10 e 0.20 (Pugliese Carratelli et al. 2008, 2012).

Non necessariamente tutte queste oscillazioni corrispondono a variazioni reali nei parametri misurati: le misure altimetriche sono infatti affette da numerosi errori, soprattutto in prossimità della costa (si veda ad esempio Gòmez-Enri et al. 2010). In esse è però certamente presente un'importante componente dovuta alle variazioni dell'agitazione ondosa lungo la traccia dell'altimetro.

Una misura della scala spaziale di queste variazioni può essere tentata considerando l'autocorrelazione spaziale C(i) dei dati (altezza significativa e velocità del vento) normalizzati. Per una generica forma d'onda reale discreta Y i valori di C(i) sono forniti dalla seguente espressione:

$$C(i) = \frac{\sum_{m=-\infty}^{+\infty} Y(m) \cdot Y(i+m)}{\sum_{j=1}^{N} Y_j^2}$$
(2)

La distanza L_C (in rosso nella Figura 7) in corrispondenza della quale si ha il primo passaggio per lo zero della funzione di autocorrelazione può essere assunta come indicatore della scala spaziale.



Fig. 7 – Indicatore della scala spaziale delle oscillazioni.



Le Figure 8 e 9 riportano un esempio dei risultati ottenuti per le due aree di studio.

Fig. 8 – Esempio di correlazione spaziale dei dati altimetro per il Tirreno Meridionale. In blu: altezza significativa; in rosso: velocità del vento.



Fig. 9 – Esempio di correlazione spaziale dei dati altimetro per il Golfo Persico. In blu: altezza significativa; in rosso: velocità del vento.

È interessante notare che mentre per i dati sul Tirreno in molti casi si sono ottenuti valori per la distanza di autocorrelazione *Lc* fino a 50 km, quelli sul Golfo Persico hanno mostrato sempre valori molto piccoli privi in pratica di qualsiasi coerenza, almeno nella scala considerata; in ogni caso questo tipo di analisi è inadeguato per distanze di correlazione molto piccole, poiché le misure altimetriche sono intervallate a distanza di circa 7 chilometri.

L'esistenza e l'importanza di queste oscillazioni sono comunque evidenti; è ovvio a questo punto chiedersi se i modelli meteorologici siano in grado di riprodurle. Il problema riguarda argomenti avanzati di meteorologia, e non può essere discusso qui; Chèruy et al (2004) e Harris et al. (2001) forniscono utili elementi.

Dal punto di vista pratico ed operativo è utile considerare un esempio ottenuto utilizzando i risultati del modello NETTUNO e dati di boe ondametriche.

Durante una forte mareggiata verificatasi tra l'8 e l'11 novembre 2010 al largo delle coste campane erano disponibili i dati di 4 ondametri, di cui due appartenenti alla Rete Ondametrica Nazionale (Ponza e Cetraro) e due gestiti dal Dipartimento della Protezione Civile della Regione Campania e posizionati rispettivamente a largo di Capri e delle coste del Cilento (Figura 10).



Fig. 10 – A sinistra: risultati del modello NETTUNO sul Tirreno Meridionale alle ore 12:00 (GMT) del 09 novembre 2010 con posizione ondametri e passaggi satellitari disponibili all'epoca. A destra: confronto temporale tra i dati della boa della Protezione Civile Campania a largo di Capri e quelli del modello NETTUNO nei 4 punti della griglia intorno alla boa stessa (si veda figura 12).

Il modello NETTUNO (Bertotti et al., 2010) è un'applicazione ad alta risoluzione (0.05°) del modello dello stato del mare WAM, sviluppata dal servizio meteorologico nazionale dell'Aeronautica Militare Italiana (CNMCA) in cooperazione col CNR ISMAR. Il modello dello stato del

mare WAM è integrato sul mar Mediterraneo utilizzando come forzante i venti previsti dal modello atmosferico COSMO-ME.

La Figura 11 mostra la posizione della boa di Capri con evidenziati i 4 punti della griglia NETTUNO intorno alla boa stessa ed utilizzati per il confronto riportato nella parte destra della Figura 10.



Fig. 11 – Particolare della boa di Capri con i 4 punti della griglia NETTUNO usati per il confronto.

Nella Figura 12 sono riportati i valori di altezza significativa misurati lungo la traccia 360 (ciclo 96) del satellite Envisat e quelli sempre di altezza significativa e vento del modello NETTUNO lungo il parallelo di latitudine 40.85° ed il meridiano di longitudine 12.95° indicati entrambi (in viola) nella parte sinistra di Figura 10. Il confronto tra i vari andamenti mostra chiaramente che, a differenza dei dati altimetrici, i risultati del modello non presentano alcuna oscillazione nonostante l'elevata risoluzione spaziale. Almeno allo stato attuale, non sembra i fenomeni SSSV possano essere riprodotti dai modelli, indipendentemente dalla loro risoluzione spaziale.



Fig. 12 – *Misura altimetrica dell'altezza significativa (blu), dati di altezza significativa (viola) e di vento (verde) del modello NETTUNO.*

D'altra parte l'importanza di questi effetti di scala relativamente piccola non può essere trascurata nell'analisi degli eventi estremi; la cosa è peraltro assai ben visibile anche esaminando le serie di dati temporali ottenutte dagli ondametri in sito.

Nella Figura 13 viene chiaramente mostrato che un campionamento temporale non sufficientemente fitto dei dati conduce alla sottostima dei valori estremi: le due curve riportano i valori dell'altezza significativa, in funzione del tempo di ritorno, ottenuti utilizzando i dati storici della boa di Cetraro. La curva continua è ottenuta con i dati campionati ogni mezz'ora mentre quella punteggiata con i dati campionati ogni tre ore.



Fig. 13 – Eventi estremi estrapolati dai dati della boa di Cetraro con dati campionati ogni mezz'ora (curva continua) e con dati campionati ogni tre ore (curva punteggiata).

E lecito attendersi problemi analoghi, se non addirittura più gravi, a causa dell'impossibilità di riprodurre effetti di più piccola scala, quando si usano dati storici dei modelli per compiere queste analisi. L'uso dei dati satellitari potrà dare un contributo decisivo alla comprensione di questo problema ed al miglioramento della qualità degli studi sul clima meteomarino.

Ringraziamenti

Lavoro finanziato dal C.U.G.RI. (Consorzio inter-Universitario per la previsione e prevenzione dei Grandi RIschi), Università di Salerno - Università di Napoli "Federico II".

I dati dei modelli provengono dal CNMCA (Centro Nazionale di Meteorologia e Climatologia Aeronautica).

I dati di altimetro satellitare sono forniti dal RADS (Radar Altimeter Database System) e dall'ESA (European Space Agnecy) attraverso il Progetto ESA/EO 1172 "Remote Sensing of Wave Transformation".

Ĝli Autori sono grati all'ISPRA ed al Dipartimento di Protezione Civile della Regione Campania per l'uso dei dati delle boe ondametriche, ed in particolare agli ingegneri Gabriele Nardone e Mauro Biafora per l'assistenza e gli utili consigli.

Bibliografia

Al Ragum, A., Reale, F., Pugliese Carratelli, E., Rakha, K., & Giarrusso, C. C. (2009). "Satellite Altimeter Calibration of a Wave Model in the Arabian Gulf." *Atti della 4^a SCACR International Short Conference on Applied Coastal Research*, Barcellona, Catalonia, 15 – 17 giugno 2009.

Abdalla, S., Cavaleri, L. (2002). "Effect of wind variability and variable air density on wave modeling". *Journal of Geophysical Research*, Vol. 107, No. C7, 3080, doi: 10.1029/2000JC000639.

Bertotti, L., Cavaleri, L., De Simone, C., Torrisi, L. & Vacino, A. (2010). "Il sistema di previsione del mare NETTUNO". *Rivista di Meteorologia Aeronautica*, Anno 70, No. 1, gennaio-marzo 2010.

Brown, G. S. (1977). "The Average Impulse Response of a rough surface and its applications". *Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, Vol. 25, No. 1.

Cavaleri, L., Sclavo, M. (2006). "The calibration of wind and wave model data in the Mediterranean Sea". *Coastal Engineering*, Vol. 53, No. 7, 613–627.

Chelton, D. B., Ries, J. C., Haines, B. J., Fu, L. L., & Callahan, P. S. (2001). "Satellite Altimetry and Earth Science: A Handbook of Techniques and Applications", Capitolo 1, pp. 1–131. Ed. L. L. Fu & A. Cazenave, Academic, San Diego, Calif.

Chèruy, F., Speranza, A., Sutera A. & Tartaglione N. (2004). "Surface winds in the Euro-Mediterranean area: the real resolution of numerical grids". *Annales Geophysicae*, EGU, Vol. 22, 4043-4048.

Gómez-Enri, J., Vignudelli, S., Quartly, G. D., Gommenginger, G. P., Cipollini, P., Challenor, P. G. & Benveniste, J. (2010). "Modeling Envisat RA-2 waveforms in the coastal zone: case-study of calm water contamination". *Geoscience and Remote Sensing Letters*, IEEE, Vol. 7, (3), 474 – 478.

Harris, D., Foufoula-Georgiou, E., Droegemeier, K. K. & Levit, J. J. (2001). "Multiscale Statistical Properties of a High-Resolution Precipitation Forecast". *Journal* of Hydrometeorology, Vol. 2, Issue 4, 406-418.

Della Rocca, M. R., Pugliese Carratelli, E. (2000). "A model for Wind Speed and Wave Height Retrival from Radar Altimeter Measurements". *Atti dell'ERS_ENVISAT Symposium*, – Gothenburg, Svezia, 16-20 Ottobre 2000.

Pugliese Carratelli, E., Giarrusso, C. C. & Spulsi, G. (2005). "Analisi delle immagini da SAR satellitare sul mare". *Atti del 26° Corso Di Aggiornamento in Tecniche per la Difesa dall'Inquinamento*, G. Frega (a cura di), BIOS, Cosenza, 20-27.

Pugliese Carratelli, E., Rakha, K., Reale, F. & Dentale, F. (2007). "Wave field analysis from SAR images of enclosed seas". *Atti del 32° Congress of IAHR, the International Association of Hydraulic Engineering & Research*, Venezia, Italia, 1-6 luglio 2007.

Pugliese Carratelli, E., Chapron, B., Dentale, F., Reale, F., & Spulsi, G. (2008). "Satellite Applications to Sea State Evaluation in Enclosed Seas". *Atti del PIANC*

Mediterranean Days of Coastal and Port Engineering, Palermo, Italia, 7 – 9 ottobre 2008.

Pugliese Carratelli, E., Dentale, F., Reale, F. & Torrisi, L. (2012). "Satellite altimeter data as a tool to improve the understanding of wave storm statistics". *Proceedings of the Eight International PIANC –COPEDEC* Conference, Department of Ocean Engineering, Indian Institute of Technology Madras, India, pp. 1542-1549, ISBN: 978-93-80689-06-7.

Woolf, D. K., Cotton, P. D. & Challenor, P. G. (2003). "Measurements of the offshore wave climate around the British Isles by satellite altimeter". *Philosophical Transactions of the Royal Society - Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 361, Issue 1802, pp. 27 – 31.